

第2讲 平面直角坐标系中点的坐标特征

一、坐标轴上点的坐标特征

坐标轴上点的特征

$P(x, y)$ 落在 x 轴上, 可得 $y = \underline{\hspace{2cm}}$, x 为任意实数;
 $P(x, y)$ 落在 x 轴正半轴上, 可得 $y = \underline{\hspace{2cm}}$, $x \underline{\hspace{2cm}} 0$;
 $P(x, y)$ 落在 x 轴负半轴上, 可得 $y = \underline{\hspace{2cm}}$, $x \underline{\hspace{2cm}} 0$;

$P(x, y)$ 落在 y 轴上, 可得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, y 为任意实数;
 $P(x, y)$ 落在 y 轴正半轴上, 可得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y \underline{\hspace{2cm}} 0$;
 $P(x, y)$ 落在 y 轴负半轴上, 可得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y \underline{\hspace{2cm}} 0$;

点 $P(x, y)$ 既在 x 轴上, 又在 y 轴上, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$,
即点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 是坐标 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【教法备注】

1、点 $P(x, y)$ 落在 x 轴上:

点 $P(x, y)$ 在 x 轴上 $\Leftrightarrow y = 0$, x 为任意实数;

点 $P(x, y)$ 在 x 正半轴上 $\Leftrightarrow y = 0, x > 0$

点 $P(x, y)$ 在 x 负半轴上 $\Leftrightarrow y = 0, x < 0$

2、点 $P(x, y)$ 落在 y 轴上:

点 $P(x, y)$ 在 y 轴上 $\Leftrightarrow x = 0$, y 为任意实数;

点 $P(x, y)$ 在 y 正半轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y > 0$;

点 $P(x, y)$ 在 y 负半轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y < 0$.

3、点 $P(x, y)$ 即在 x 轴上, 又在 y 轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y = 0$, 即点 P 的坐标为 $(0, 0)$, 是坐标原点.

|| 例题

1. 在平面直角坐标系中, 点 $A(0, -2)$ 在().

A. x 轴的负半轴上

B. y 轴的负半轴上

C. x 轴的正半轴上

D. y 轴的正半轴上

【答案】B

【解析】在平面直角坐标系中，点 $A(0, -2)$ 在 y 轴的负半轴上．

【标注】【知识点】坐标轴上点的坐标特征

【重点强调】

2014~2015学年天津和平区初一下学期期末第2题

2. 若 x 轴上的点 P 到 y 轴的距离为3，则点 P 的坐标是（ ）．

- A. $(3, 0)$ B. $(0, -3)$ 或 $(0, 3)$ C. $(0, 3)$ D. $(3, 0)$ 或 $(-3, 0)$

【答案】D

【解析】 x 轴上到 y 轴距离为3的点有两个，距离为3说明横坐标的绝对值为3．所以正确答案为B．

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

3. 坐标平面上有一点 $P(m, n)$ ，且 $mn = 0$ ，则点 P 的位置在（ ）．

- A. 原点 B. x 轴上 C. y 轴上 D. 坐标轴上

【答案】D

【解析】 $m = 0$ 或 $n = 0$ ，在坐标轴上．

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

|| 练习

4. 已知点 $P(0, m)$ 在 y 轴的负半轴上，则点 $M(-m, -m + 1)$ 在（ ）．

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】A

【解析】由点 $P(0, m)$ 在 y 轴的负半轴上，得
 $m < 0$ ．

由不等式的性质，得

$$-m > 0, -m + 1 > 1,$$

则点 $M(-m, -m + 1)$ 在第一象限．

【标注】【知识点】坐标轴上点的坐标特征

【重点强调】

2018~2019学年3月天津南开区天津市津英中学初一下学期月考第9题

5. 若点 $M(a-3, a+4)$ 在 x 轴上, 则点 M 的坐标是 _____ .

【答案】 $(-7, 0)$

【解析】 $\because M(a-3, a+4)$ 在 x 轴上,

$$\therefore a+4=0,$$

解得 $a=-4$,

$$\therefore a-3=-4-3=-7,$$

$\therefore M$ 点的坐标为 $(-7, 0)$.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

【重点强调】

2015~2016学年天津南开区初一下学期期末第13题3分

6. 已知: $A(2, 0)$, 点 C 在 x 轴上, 且 $AC=3$. 则点 C 的坐标为 _____ .

【答案】 $(-1, 0)$ 或 $(5, 0)$

【解析】 $\because A(2, 0)$,

$\therefore A$ 在 x 轴上,

$\because C$ 在 x 轴上, $AC=3$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-1, 0)$ 或 $(5, 0)$

【标注】【知识点】坐标与距离

7. 已知点 $P(2a-6, a+1)$, 若点 P 在坐标轴上, 则点 P 的坐标为 _____ .

【答案】 $(-8, 0)$ 或 $(0, 4)$

【解析】 当 P 在 x 轴上时, $a+1=0$,

解得 $a=-1$, $P(-8, 0)$;

当 P 在 y 轴上时, $2a-6=0$, 解得 $a=3$, $P(0, 4)$.

所以 $P(-8, 0)$ 或 $(0, 4)$.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

【重点强调】

2016~2017学年天津红桥区初一下学期期中第二学区第15题3分

二、平面直角坐标系中点的几何变换



【教法备注】

1、点的平移：

(1) 将点 $P(x, y)$ 向右平移 a 个单位可得对应点 $P'(x + a, y)$ ；

(2) 将点 $P(x, y)$ 向左平移 a 个单位可得对应点 $P'(x - a, y)$.

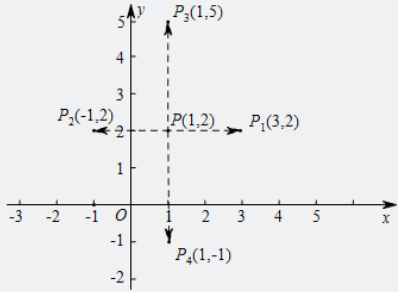
总结：左右平移纵坐标不变，横坐标 “左减右加” .

(3) 将点 $P(x, y)$ 向上平移 b 个单位，可得对应点 $P'(x, y + b)$ ；

(4) 将点 $P(x, y)$ 向下平移 b 个单位，可得对应点 $P'(x, y - b)$.

总结：上下平移横坐标不变，纵坐标 “上加下减” .

典例：

已知 $P(1, 2)$		
向右平移2个单位		$P_1(3, 2)$
向左平移2个单位		$P_2(-1, 2)$
向上平移3个单位		$P_3(1, 5)$
向下平移3个单位		$P_4(1, -1)$

2、对称：

- (1) 点 $P(x, y)$ 关于 x 轴的对称点是 $P'(x, -y)$ ，即横坐标不变，纵坐标互为相反数．
- (2) 点 $P(x, y)$ 关于 y 轴的对称点是 $P'(-x, y)$ ，即纵坐标不变，横坐标互为相反数．
- (3) 点 $P(x, y)$ 关于坐标原点的对称点是 $P'(-x, -y)$ ，即横坐标互为相反数，纵坐标也互为相反数．

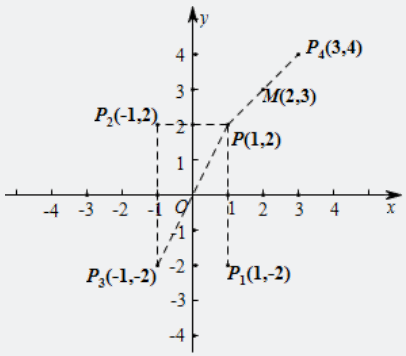
总结：关于谁对称谁不变，另一个变相反；关于原点对称都改变．

- (4) 点 $P(x, y)$ 关于点 $Q(m, n)$ 的对称点是 $M(2m - x, 2n - y)$ ．

这部分也可以利用中点坐标公式进行求解，若 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，则 A 、 B 中点坐标 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

- (5) 点 $P(x, y)$ 关于 $x = m$ 的对称点是 $P'(2m - x, y)$
- (6) 点 $P(x, y)$ 关于 $y = n$ 的对称点是 $P'(x, 2n - y)$
- (7) 点 $P(x, y)$ 关于 $y = x$ 的对称点是 $P'(y, x)$ 即关于 $y = x$ 对称，横纵坐标互换
- (8) 点 $P(x, y)$ 关于 $y = -x$ 的对称点是 $P'(-y, -x)$ 即关于 $y = -x$ 对称，横纵坐标互换，并取相反数．

典例：

已知 $P(1, 2)$.		
关于 x 轴对称		$P_1(1, -2)$
关于 y 轴对称		$P_2(-1, 2)$
关于原点对称		$P_3(-1, -2)$
关于点 $M(2, 3)$ 对称		$P_4(3, 4)$

8. 已知点 $P(-3, 5)$ 平移后得到点 $Q(3, -2)$ ，则点 P 的平移情况是（ ）。

- A. 先向左平移3个单位长度，再向下平移5个单位长度
- B. 先向右平移6个单位长度，再向上平移7个单位长度
- C. 先向左平移6个单位长度，再向下平移5个单位长度
- D. 先向右平移6个单位长度，再向下平移7个单位长度

【答案】 D

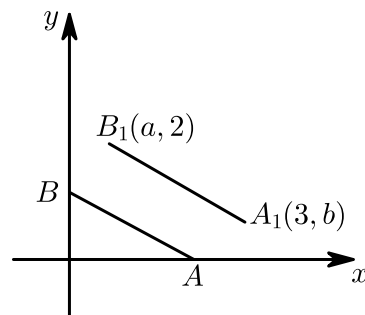
【解析】 $\because P(-3, 5)$ 平移后得到 $Q(3, -2)$ ，
 $\therefore$ 点 P 的平移情况是先向右平移6个单位，再向下平移7个单位。

【标注】【知识点】坐标系中的平移-点的平移

【重点强调】

2016~2017学年天津和平区初一下学期期末第8题2分

9. 如图，平面直角坐标系中， A, B 两点的坐标分别为 $(2, 0)$ 、 $(0, 1)$ ，若将线段 AB 平移至 A_1B_1 ，则 a, b 的值分别为（ ）。



- A. 1, 3
- B. 1, 2
- C. 2, 1
- D. 1, 1

【答案】 D

【解析】 根据题意由平移规律可知，

$$a = 0 + (3 - 2) = 1,$$

$$b = 0 + (2 - 1) = 1.$$

【标注】【知识点】坐标系中的平移-图形的平移

【知识点】平移的性质

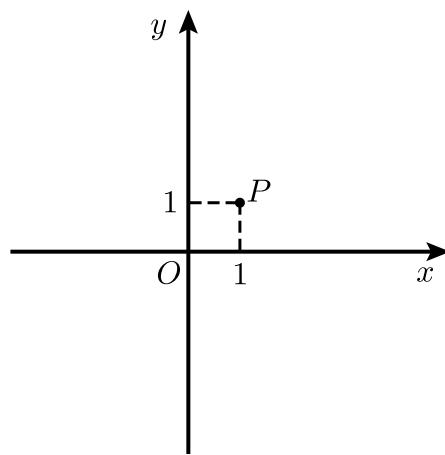
【能力】推理论证能力

【思想】数形结合思想

【重点强调】

2017~2018学年天津河东区初二下学期期末第6题3分

10. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 的坐标为 $(1, 1)$ ．如果将 x 轴向上平移2个单位长度， y 轴不变，得到新坐标系，那么点 P 在新坐标系中的坐标是（ ）．



- A. $(1, -1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(3, 1)$ D. $(1, 2)$

【答案】 A

【解析】 如果将 x 轴向上平移2个单位长度，点 P 的坐标为 $(1, -1)$ ．

【标注】 【能力】 推理论证能力

【知识点】 坐标系中的平移-点的平移

【重点强调】

坐标轴平移相当于点反向平移．

|| 练习

11. 将点 $P(m + 2, 2m + 4)$ 向右平移1个单位得到 P_0 ，且 P_0 在 y 轴上，那么 P_0 的坐标是（ ）．
A. $(-2, 0)$ B. $(0, -2)$ C. $(1, 0)$ D. $(0, 1)$

【答案】 B

【解析】 向右平移1个单位，横坐标加1，纵坐标不变，所以 P_0 坐标为 $(m + 3, 2m + 4)$ ，
因为 P_0 在 y 轴上，所以横坐标为0， $m + 3 = 0$ ， $m = -3$ ，
所以 P_0 坐标为 $(0, -2)$ ．
故选B．

【标注】 【知识点】 坐标系中的平移-点的平移；坐标轴上点的坐标特征

12. 在平面直角坐标系中，点 $A'(1, -2)$ 是由点 A 向上平移3个单位长度，再向左平移2个单位长度得到的，则点 A 的坐标是（ ）.

- A. $(-1, 1)$ B. $(1, -1)$ C. $(3, -5)$ D. $(-3, 5)$

【答案】 C

【解析】 $\because$ 点 $A'(1, -2)$ 是由点 A 向上平移3个单位长度，再向左平移2个单位长度得到的，
 $\therefore$ 点 $A'(1, -2)$ 向下平移3个单位长度，向右平移2个单位长度得到点 A ，
 $\therefore$ 点 A 的坐标为 $(3, -5)$.

【标注】【知识点】坐标系中的平移-点的平移

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区耀华嘉诚国际中学初一下学期期中第9题2分

13. 平面直角坐标系中，已知线段 AB 的两个端点分别是 $A(4, -1)$ ， $B(1, 1)$ ，将线段 AB 平移后得到线段 $A'B'$ ，若点 A' 的坐标为 $(-2, 2)$ ，则点 B' 的坐标为（ ）.

- A. $(-5, 4)$ B. $(4, 3)$ C. $(-1, -2)$ D. $(-2, -1)$

【答案】 A

【解析】 $\because$ 点 $A(4, -1)$ 向左平移6个单位长度，再向上平移3个单位长度得到 $A'(-2, 2)$ ，
 $\therefore$ 点 $B(1, 1)$ 向左平移6个单位长度，再向上平移3个单位长度得到的对应点 B' 的坐标为 $(-5, 4)$.
故选A.

【标注】【知识点】坐标系中的平移-图形的平移

【重点强调】

2017~2018学年天津河西区天津市新华中学初一下学期期末模拟第9题3分

14. 将点 $A(-3, -2)$ 先沿 y 轴向上平移5个单位，再沿 x 轴向左平移4个单位得到点 A' ，则点 A' 的坐标是 ____ .

【答案】 $(-7, 3)$

【解析】 点 $A(-3, -2)$ 先沿 y 轴向上平移5个单位，
再沿 x 轴向左平移4个单位得到点 A' ，
 $\therefore A'$ 的坐标是 $(-3-4, -2+5)$ ，
即： $(-7, 3)$ 。

【标注】【知识点】坐标系中的平移-点的平移

|| 例题

15. 点 $P(1, -2)$ 关于 x 轴对称的点的坐标为 ()。

- A. $(1, 2)$ B. $(1, -2)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$

【答案】 A

【解析】 根据关于 x 轴的对称点横坐标不变，纵坐标变成相反数， $\therefore$ 点 $P(1, -2)$ 关于 x 轴对称点的坐标为 $(1, 2)$ ，故选：A。

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

【重点强调】

2018~2019学年天津蓟县初二上学期期中第9题3分

16. 在直角坐标系中，若点 Q 与点 $P(2, 3)$ 关于原点对称，则点 Q 的坐标是 ()。

- A. $(-2, 3)$ B. $(2, -3)$ C. $(-2, -3)$ D. $(-3, -2)$

【答案】 C

【解析】 关于原点对称的两个点，横坐标互为相反数，纵坐标也互为相反数，
 $\therefore$ 点 $P(2, 3)$ 关于原点的对称点 Q 的坐标为 $(-2, -3)$ 。
故选C。

【标注】【知识点】坐标系中的对称

【重点强调】

2019~2020学年10月天津河西区天津市新华中学初三上学期月考第2题3分

|| 练习

17. $M(-2, 1)$ 关于 y 轴的对称点 N 的坐标是() .

- A. $(2, 1)$ B. $(1, -2)$ C. $(-2, -1)$ D. $(2, -1)$

【答案】 A

【解析】 关于 y 轴对称，横坐标变相反数，纵坐标不变 .

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

18. 已知点 $P_1(a-1, 5)$ 和 $P_2(2, b-1)$ 关于 x 轴对称，则 $(a+b)^{2003}$ 的值为() .

- A. 0 B. -1 C. 1 D. $(-3)^{2003}$

【答案】 B

【解析】 $\because$ 点 $P_1(a-1, 5)$ 和 $P_2(2, b-1)$ 关于 x 轴对称，

$$\therefore a-1=2, b-1=-5,$$

$$\text{解得：} a=3, b=-4,$$

$$\text{则}(a+b)^{2003}=-1.$$

故选：B .

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

【能力】 运算能力

19. 在平面直角坐标系中，若点 $M(2a, 5)$ 和点 $N(6, 3b-1)$ 关于原点对称，则 $\frac{a}{b}$ 的值是 _____ .

【答案】 $\frac{9}{4}$

【解析】 M 和 N 关于原点对称，所以横坐标互为相反数，纵坐标互为相反数可以得到 $2a=-6$ ，

$$3b-1=-5, \text{解得} a=-3, b=-\frac{4}{3}, \text{所以} \frac{a}{b}=\frac{9}{4}.$$

故答案为： $\frac{9}{4}$.

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于原点的对称

|| 例题

20. 在平面直角坐标系中，点 $P(-4, 5)$ 关于 $y=x$ 的对称点是 _____，关于 $y=-x$ 的对称点是 _____ .

【答案】 $(5, -4); (-5, 4)$

【解析】 点 $P(-4, 5)$ 关于直线 $y = x$ 对称，横纵坐标互换，对称点为 $(5, -4)$ ；

点 $P(-4, 5)$ 关于直线 $y = -x$ 对称，横纵坐标互换并取相反数，对称点为 $(-5, 4)$ 。

故答案为： $(5, -4); (-5, 4)$ 。

【标注】 【知识点】坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

练习

21. 点 A 的坐标为 $(2, 4)$ ，则它关于 x 轴的对称点为 _____，关于 y 轴的对称点为 _____，关于原点的对称点为 _____，关于 $y = x$ 的对称点为 _____。

【答案】 $(2, -4); (-2, 4); (-2, -4); (4, 2)$

【解析】 略

【标注】 【知识点】坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

【知识点】轴对称的定义

例题

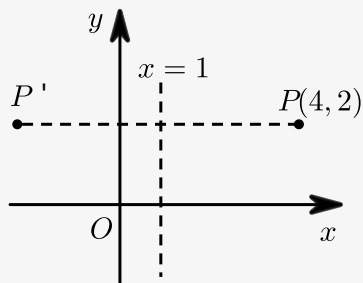
22. 在平面直角坐标系中，点 $P(4, 2)$ 关于直线 $x = 1$ 的对称点的坐标是 _____。

【答案】 $(-2, 2)$

【解析】 $\because$ 点 $P(4, 2)$ ，

$\therefore$ 点到直线 $x = 1$ 的距离为 $4 - 1 = 3$ ，

$\therefore$ 点关于直线 $x = 1$ 的对称点 P' 到直线 $x = 1$ 的距离为 3，



$\therefore$ 点 P' 的横坐标为 $1 - 3 = -2$ ，

$\therefore$ 对称点 P' 的坐标为 $(-2, 2)$ 。

故答案为： $(-2, 2)$ 。

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

【能力】运算能力

23. 若点 $A(2, 3)$ 和 $B(5, 3)$ 关于直线 $x = m$ 对称, 则 $m =$ _____.

【答案】 $\frac{7}{2}$

【解析】关于直线 $x = m$ 对称, 则 $2 + 5 = 2m$, 得 $m = \frac{7}{2}$.

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

练习

24. 若点 $M(2, b + 1)$ 和 $N(b - 3, a)$ 关于直线 $y = 1$ 对称, 则点 M 的坐标为_____.

【答案】 $(2, 6)$

【解析】关于直线 $y = 1$ 对称, 则横坐标不变, 纵坐标之和为 $1 \times 2 = 2$,

所以 $\begin{cases} 2 = b - 3 \\ b + 1 + a = 2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}$, 所以点 M 的坐标为 $(2, 6)$.

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

25. 点 $P(a, b)$ 先关于直线 $x = n$ 对称, 再关于直线 $y = m$ 对称的点坐标是().

A. $(2n - b, 2m - a)$ B. $(2n - a, 2m - b)$ C. $(2n - a, b)$ D. $(a, 2m - b)$

【答案】B

【解析】 $\because$ 点 $P(a, b)$ 关于直线 $x = n$ 对称,

$\therefore$ 对称点坐标为 $(2n - a, b)$.

$(2n - a, b)$ 关于直线 $y = m$ 的对称点的坐标 $(2n - a, 2m - b)$.

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

例题

26. 已知点 $A(a, -3)$ 与点 $B(4, b)$ 关于点 $(1, -3)$ 对称, 试求出 A, B 两点的坐标.

【答案】 $A(-2, -3)$, $B(4, -3)$.

【解析】 $\frac{a+4}{2} = 1, \frac{-3+b}{2} = -3$

【标注】 【知识点】 中点坐标

练习

27. 点 (a, b) 关于点 $(2, 7)$ 的对称点是 _____ , 关于点 $(2a+1, 3b-2)$ 的对称点是 _____ .

【答案】 $(4-a, 14-b)$; $(3a+2, 5b-4)$

【解析】 设 (a, b) 关于 $(2, 7)$ 的对称点为 (m, n)

$$\therefore \begin{cases} \frac{m+a}{2} = 2 \\ \frac{n+b}{2} = 7 \end{cases} \therefore \begin{cases} m = 4-a \\ n = 14-b \end{cases}$$

$\therefore$ 对称点为 $(4-a, 14-b)$.

设 (a, b) 关于 $(2a+1, 3b-2)$ 的对称点为 (x, y)

$$\therefore \begin{cases} \frac{x+a}{2} = 2a+1 \\ \frac{y+b}{2} = 3b-2 \end{cases} \therefore \begin{cases} x = 3a+2 \\ y = 5b-4 \end{cases}$$

$\therefore$ 对称点为 $(3a+2, 5b-4)$.

【标注】 【知识点】 坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

28. 点 $(2, 7)$ 关于原点对称的点的坐标是 _____ , 点 $(2, 7)$ 关于点 $(5, 1)$ 的对称点的坐标是 _____ .

【答案】 $(-2, -7)$; $(8, -5)$

【标注】 【知识点】 坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

【能力】 运算能力